



## INFLUÊNCIA DO ACOPLAMENTO TERMOMECÂNICO NA PROPAGAÇÃO DE ONDA EM BARRAS ELASTO-VISCOPLÁSTICAS COM DANO

**José Maria A. Barbosa**

Universidade Federal de Pernambuco, Departamento de Engenharia Mecânica,  
50741-530, Recife, PE, Brasil; jmab@npd.ufpe.br;

**Felipe B. F. Rachid**

**Heraldo S. C. Mattos**

Universidade Federal Fluminense, Departamento de Engenharia Mecânica,  
24210-240, Niterói, RJ, Brasil; rachid@caa.uff.br; heraldo@caa.uff.br

***Resumo.** Este trabalho apresenta um modelo com variáveis internas para simulação numérica do comportamento de materiais elasto-viscoplásticos envolvendo fenômenos dinâmicos e térmicos com dano. É estudado o comportamento de uma barra de aço AISI 316L engastada em uma extremidade e submetida a carregamentos cíclicos em tensão e em velocidade na extremidade livre. A influência do termo de inércia e da equação da energia, com seus termos de acoplamento termomecânico, é investigada através de exemplos numéricos simples. Os resultados mostram que parte do trabalho plástico é transformado em calor resultando num aumento de temperatura que afeta diretamente a localização da degradação e o comportamento mecânico do material.*

***Palavras-chave:** Viscoplasticidade, Dano, Acoplamento termomecânico, Variáveis internas.*

### 1. INTRODUÇÃO

Componentes mecânicos sujeitos a carregamentos dinâmicos podem sofrer deformações plásticas consideráveis quando submetidos a cargas cíclicas de moderada amplitude e alta frequência de sollicitação. Exemplos de aplicações de interesse nestes estudos são os elementos estruturais usados em usinas nucleares, termohidráulicas, e componentes de turbinas aeronáuticas que têm como um dos fatores de falha a fadiga termomecânica e fadiga térmica. Parte do trabalho plástico é transformado em calor resultando em um aumento de temperatura que afeta diretamente o comportamento do material. No estudo de problemas envolvendo sollicitações dinâmicas com efeitos termomecânicos, o uso de equações constitutivas adequadas é de grande importância para a análise da deformação plástica dos componentes estruturais. Modelos que levam em conta endurecimento isotrópico e cinemático e dano permitem uma resposta mais realista, entretanto, a simulação pode ser falha se a inércia e os termos de acoplamento termomecânico forem desprezados. Em Barbosa *et al* (1997), é mostrada a importância da equação da energia na vibração uma barra com massa concentrada na extremidade livre. Entretanto, o modelo não leva em conta a propagação de

onda nem dano. Uma ampliação deste modelo que inclui uma variável que permite avaliar a degradação da barra é encontrado em Barbosa *et al* (1996). O trabalho de Rachid e Guimarães (1997), usando modelo isotérmico, analisa a influência do processo de degradação na propagação da onda de tensão em barras elastoviscopoplásticas. Barbosa *et al.* (1998) incorporando em um mesmo trabalho os efeitos termomecânicos e de propagação de onda, analisou a resposta de uma barra submetida a carregamento de curta duração. O presente trabalho é uma seqüência natural destes estudos objetivando a simulação do comportamento anisotérmico de materiais elastoviscopoplásticos submetidos a carregamentos cíclicos de altas frequências. Um esquema numérico baseado em uma decomposição aditiva do operador foi utilizado (Barbosa, 1998). Foi estudado o efeito da temperatura na resposta dinâmica e anisotérmica de uma barra de aço 316L. São mostradas soluções numéricas com solicitações cíclicas em tensão e em velocidade. Os exemplos evidenciam como a temperatura afeta a degradação do material e a importância da utilização ou não da hipótese de transformações isotérmicas.

## 2. EQUAÇÃO DE BALANÇO

A equação de balanço de momento linear e a relação cinemática que governam um sólido contínuo unidimensional sob pequenas deformações e pequenos deslocamentos é dada por,

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial x}; \quad \varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad (1)$$

onde  $v$ ,  $u$  e  $\sigma$  representam respectivamente os campos de velocidade, deslocamento e de tensões no sólido. Todos são funções da coordenada espacial  $x$  na configuração de referência e do tempo  $t$ . O corpo é suposto homogêneo sendo então a densidade  $\rho$  considerada constante.

## 3. MODELO CONSTITUTIVO

O conjunto particular de equações elastoviscopoplásticas usadas neste trabalho é derivado dentro do contexto da teoria de variáveis internas proposta inicialmente por Lemaitre e Chaboche (1990) e posteriormente ampliada para tratamento de processos anisotérmicos com efeitos de inércia (Barbosa, 1993).

Para evolução de um sólido elastoviscopoplástico com dano, o estado termodinâmico local é caracterizado por um conjunto de variáveis de estado observáveis: deformação total ( $\varepsilon$ ) e temperatura absoluta ( $\theta$ ), e por um conjunto de variáveis internas: a deformação plástica ( $\varepsilon^p$ ), ( $p$ ) e ( $c = c_1 + c_2$ ) relacionadas respectivamente com os endurecimentos isotrópico e cinemático, e a variável de dano ( $D$ ). A variável  $D \in [0,1]$  é uma entidade macroscópica associada ao processo de danificação do material. Quando  $D = 0$ , o material está virgem e quando  $D = 1$ , o material perde localmente a resistência mecânica (Lemaitre e Chaboche, 1990). Em geral, usa-se um valor crítico  $D_{cr}$  que atingido o material já não atende satisfatoriamente as condições de resistência local. Para um sólido inicialmente isotrópico submetido a pequenas deformações as chamadas forças termodinâmicas ( $\sigma, B^p, B^c, B^D$ ) associadas às variáveis de estado ( $\varepsilon, \varepsilon^p, p, c, D$ ) formam as leis de estado definidas da seguinte maneira :

$$\sigma = (1 - D)E \left[ (\varepsilon - \varepsilon^p) - \alpha(\theta - \theta_0) \right] \quad (2)$$

$$B^c = -(1 - D)(a_1 c_1 + a_2 c_2) \quad (3)$$

$$B^D = E \left[ \frac{1}{2}(\varepsilon - \varepsilon^p) - \alpha(\theta - \theta_0) \right] (\varepsilon - \varepsilon^p) + b \left[ p + (1/d)e^{-dp} \right] + (3/4) \left[ a_1 (c_1)^2 + a_2 (c_2)^2 \right] \quad (4)$$

$$B^p = -(1 - D) \left( b (1 - e^{-dp}) + \sigma_p \right) \quad (5)$$

onde  $E$  é o módulo de Young,  $\alpha$  o coeficiente de dilatação térmica linear,  $\sigma_p$  é o limite de proporcionalidade,  $b$ ,  $d$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  são parâmetros constitutivos do material.

Para se obter um conjunto completo de equações constitutivas, é necessário acrescentar as leis de evolução associadas às variáveis internas  $(\varepsilon^p, D, p, c)$ ,

$$\dot{\varepsilon}^p = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^N \frac{(\sigma + B^c)}{|\sigma + B^c|} \quad (6)$$

$$\dot{p} = \left\langle \frac{f}{K} \right\rangle^N = |\dot{\varepsilon}^p| \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \dot{c}_1 &= \dot{\varepsilon}^p - \varphi_1 c_1 \dot{p} \\ \dot{c}_2 &= \dot{\varepsilon}^p - \varphi_2 c_2 \dot{p} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\dot{D} = \frac{B^D}{S_0} \dot{p} \quad (9)$$

onde  $K$ ,  $N$  e  $S_0$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  são parâmetros do material e,

$$\left\langle \frac{f}{K} \right\rangle = \begin{cases} f(\sigma, B^p, B^c) = |\sigma + B^c| + B^p \\ \max\{x, 0\} \end{cases}$$

Não é objetivo deste trabalho o desenvolvimento de expressões constitutivas. As equações constitutivas apresentadas englobam a maioria das leis de comportamento elastoviscopoplásticas encontradas na literatura. Estudos sobre estas equações podem ser encontrados com mais detalhes em Barbosa (1998).

#### 4. EQUAÇÃO DA ENERGIA

Para o caso onde não existe fonte de geração de calor, a equação da energia pode ser escrita da seguinte forma (Barbosa, 1998) :

$$\rho c_\varepsilon \dot{\theta} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \frac{hP}{A} (\theta - \theta_0) + d_1 + acpT \quad (10)$$

com:

$$\begin{cases} d_1 = d_1^{\varepsilon^p} + d_1^p + d_1^c + d_1^D = \sigma \dot{\varepsilon}^p + B^p \dot{p} + B^c \dot{c} + B^D \dot{D} \\ \text{acpT} = \theta \left[ \frac{\partial B^p}{\partial \theta} \dot{p} + \frac{\partial B^c}{\partial \theta} \dot{c} + \frac{\partial B^D}{\partial \theta} \dot{D} \right] \end{cases} \quad (11)$$

onde  $\rho$  é a densidade,  $c_e$  o calor específico,  $h$  é o coeficiente de convecção obtido da hipótese tradicional de aletas,  $P$  é o perímetro da seção transversal da barra e  $\theta_0$  é a temperatura inicial da barra. Os termos mostrados na equação (11) representam os acoplamento termomecânicos, tendo sido identificados e analisados em Barbosa (1998).  $d_1$  é denominado de acoplamento interno e está associado à dissipação interna do processo mecânico.  $\text{acpT}$  é o acoplamento térmico e está associado à dependência das variáveis constitutivas com a temperatura. É importante notar que ambos os termos apresentam uma dependência com a taxa de carregamento.

Foi adotada uma dependência linear com a temperatura para todos os parâmetros, com exceção dos parâmetros  $\rho$  e  $S_0$  ( $\rho = 7,8 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$  e  $S_0 = 30 \text{ Gpa}$  para ensaios de fadiga e  $S_0 = 2 \text{ kPa}$  para ensaios de impacto (Rachid e Guimarães (1997))). Uma interpolação foi realizada entre valores obtidos para a faixa de temperatura de 293 K a 873 K. O material considerado neste trabalho foi um aço AISI 316L, cujos coeficientes estão listados em Barbosa (1998). Procedimentos experimentais para identificar os coeficientes constitutivos podem ser encontrados na referência Lemaitre e Chaboche, 1990.

## 5. PROBLEMA UNIAXIAL

Como exemplo de aplicação da modelagem, será estudado o problema uniaxial composto por uma barra reta de comprimento  $L$  e de seção transversal  $A$ . A barra está engastada numa das extremidades, e na outra extremidade é aplicado um carregamento em tensão prescrita  $\sigma_L(t)$ . A barra está imersa num meio com temperatura constante  $\theta_\infty$ , como mostrado na Figura 1.

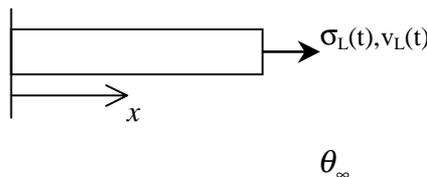


Figura 1 - Barra solicitada uniaxialmente, imersa num meio com uma temperatura  $\theta_\infty$

São desprezados os efeitos devido de flambagem e inércia lateral da barra. Uma vez especificadas as condições iniciais e de contorno, a equação de balanço de momento linear, as equações constitutivas e a equação da energia descrevem um problema anisotérmico de propagação de onda em um sólido elastoviscoplastico com dano.

## 6. MÉTODOS E RESULTADOS NUMÉRICOS

Para tratar o sistema de equações diferenciais não lineares obtido de (1)-(11), foi adotado um método de decomposição aditiva do operador (Marchuk, 1975). O Método de decomposição do operador separa o problema original, que é altamente acoplado, em três problemas desacoplados: Problema Elástico, Problema de Evolução e Problema de Condução, os quais podem ser tratados através de métodos numéricos tradicionais. Detalhes do processo

da aplicação do método de decomposição podem ser obtidos em Barbosa (1998). O Problema elástico formado por um sistema de equações diferenciais hiperbólicas semilineares foi resolvido através do Método de Glimm (Rachid e Guimarães, 1997). O Problema de evolução formado por um sistema não linear de equações diferenciais ordinárias, e o problema de condução formado por uma equação diferencial parabólica não linear, foram resolvidos pelas técnicas descrita em Barbosa (1998).

Para ilustrar melhor o fenômeno de propagação da onda em um meio elastoviscoplastico, o problema físico descrito na seção 5 é numericamente simulado aqui. Na simulação apresentada, adotou-se para a barra um comprimento ( $L$ ) de 5 m e diâmetro de 5 mm. São apresentados exemplos de simulações com carregamentos cíclicos em tensão e velocidade prescrita.

## 6.1 Carregamento cíclico em tensão

O objetivo aqui é mostrar a influência do dano e da equação da energia neste tipo de carregamento e como a frequência influencia no processo a localização da deformação. Foram estudados casos variando a frequência de solitação para um carregamento senoidal prescrito com amplitude de 90 MPa. A simulação termina quando são atingidos dez ciclos de solitação ou o dano atinge o valor crítico de 0.95. Exemplos com frequências de 2 Hz, 50 Hz e 400 Hz são mostrados. Para as condições de contorno em temperatura foi considerado fluxo de calor nulo na extremidade engastada e na extremidade livre da barra.

A propagação da onda de tensão propicia, dependendo da frequência de solitação, a existência de gradientes de temperatura ao longo da barra mesmo com condições de contorno em temperatura adiabáticas. Isto pode ser verificado através do gráfico da figura 2 onde são mostradas as distribuições da temperatura ao longo da barra para vários de ciclos da simulação nas frequências de 2 Hz.e 50 Hz. Pode se observar que na frequência mais baixa existe uma distribuição homogênea da temperatura. Observando o mesmo gráfico de temperatura para a frequência de solitação de 50Hz de pode-se perceber que a distribuição apesar de manter praticamente os mesmos valores de amplitude possui uma distribuição não homogênea em relação ao gráfico anterior.

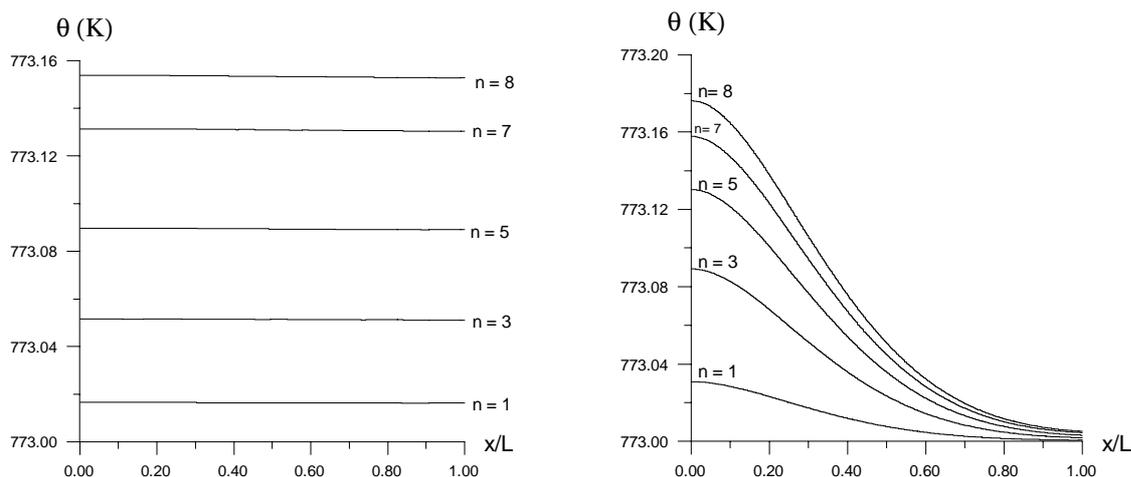


Figura 2-Distribuições da temperatura para as frequências de 2 e 50 Hz.

Aumentando a frequência de solitação para 400 Hz o efeito da localização ainda é muito mais acentuado como pode-se verificar através do gráfico da figura 3. Neste gráfico são comparadas as distribuições das temperaturas ao longo da barra para o ciclo de número três

nas frequências 2 Hz, 50Hz e 400 Hz. Pode-se perceber que quanto maior a frequência de solicitação, mais concentrada é a distribuição da temperatura junto ao engaste. Esta distribuição não homogênea contribui para acelerar o processo de degradação do material.

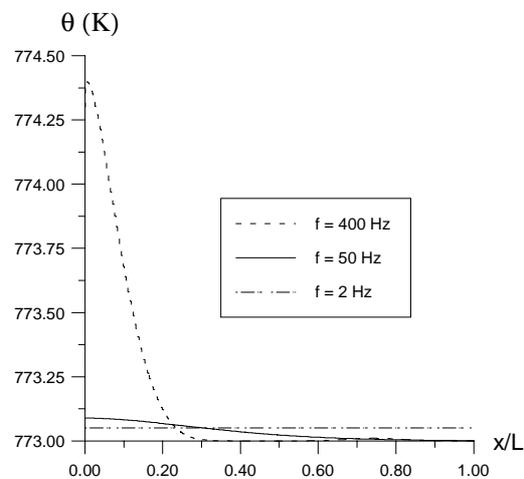


Figura 3-Distribuição de temperatura. Ciclo de número três.

O ponto de maior temperatura também é o de maior degradação. Na figura 4 que mostra a distribuição do dano para os mesmos casos acima, nota-se que para a maior frequência há uma maior localização do dano e com amplitude bem superior aos de frequência mais baixa. A distribuição do dano é mais localizada a medida que aumenta a frequência de solicitação.

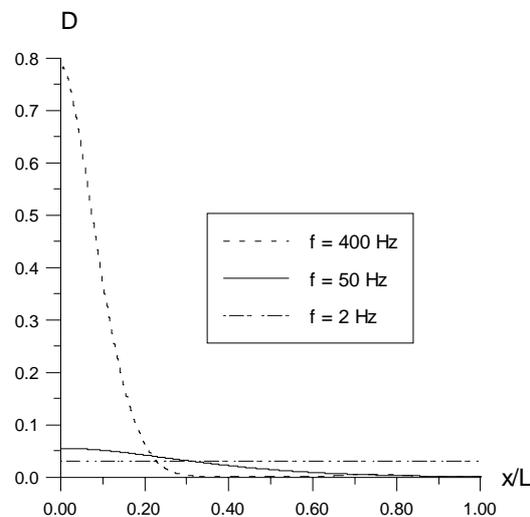


Figura 4- Distribuição espacial do dano. Ciclo número três.

A evolução da temperatura observada na simulação apresentada deve-se basicamente ao termo de acoplamento interno associado ao dano,  $d_1^D$ , pois este é o termo que fornece a taxa mais alta na equação da energia. No gráfico da figura 5 tem-se, para a simulação na frequência de 400 Hz, a variação dos acoplamentos térmico ( $acpT$ ) e interno ( $d_1$ ) no tempo para um ponto próximo ao engaste. O acoplamento interno é sempre positivo contribuindo para o aumento de temperatura na barra durante toda simulação. Já o acoplamento térmico tem caráter oscilante contribuindo ora para um acréscimo, ora para decréscimo da temperatura.

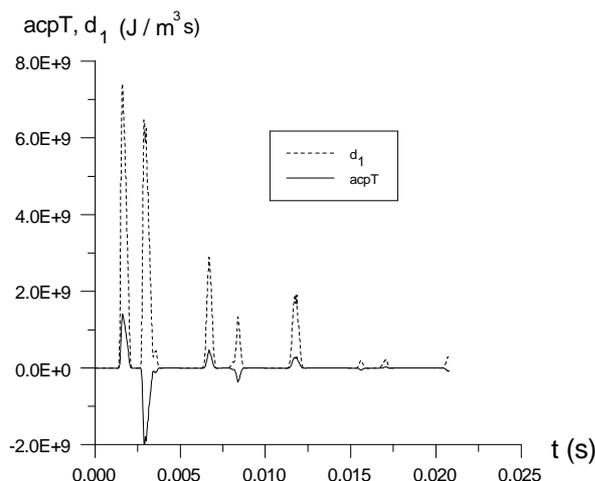


Figura 5 - Acoplamentos interno e térmico para frequência de 400 Hz.

Os dois termos  $d_1^D$  e  $d_1^{\varepsilon^p}$  na equação (11) que são os principais responsáveis pelos valores observados para o acoplamento interno, são respectivamente os termos de acoplamento associados ao dano, e à deformação plástica. Entretanto, o acoplamento interno associado ao dano é mais de 100 vezes superior ao da deformação plástica como pode-se perceber comparando os gráfico das Fig. 6.

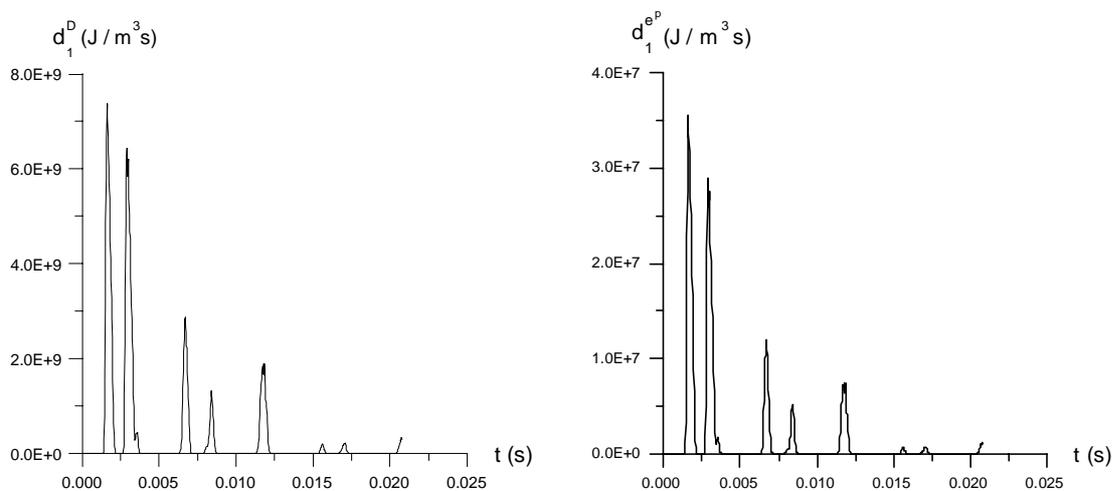


Figura 6- Acoplamentos internos associados ao dano e a deformação plástica

## 6.2 Carregamento cíclico em velocidade

Este tipo carregamento a amplitude de tensão se adequar a amplitude de solitação da deformação, impedindo de se tentar superimpor uma tensão a qual o material não suportaria. Notou-se na seção anterior que a evolução do dano mostrou-se bem acentuada. Entretanto, a temperatura também pode vir a ter uma evolução bastante acentuada em simulações cíclicas tornando-se muito relevante na análise do comportamento do material. Para observar de forma mais contundente a evolução da temperatura foi usado um parâmetro  $S_0 = 30$  GPa, igual ao utilizado por Barbosa (1998) para simulação de fadiga de baixo ciclo.

Foram estudados casos para um carregamento senoidal prescrito com amplitude de 5.0 m/s e frequência de 50 Hz. A simulação termina quando são atingidos 45 ciclos de

solicitação. A temperatura inicial da barra é de 300 K, e a temperatura do meio é mantida constante no valor também de 300 K. O coeficiente de transferência de calor por convecção adotado foi  $h = 10 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ . As condições de contorno em temperatura são de fluxo de calor nulo nas duas extremidades da barra. Para melhor comparar influência da temperatura e do dano, foram simulados exemplos para os seguintes casos:

- Caso A : Problema anisotérmico. Considera-se dano e a equação da energia
- Caso B : Problema isotérmico. Considera-se dano e não considera-se a equação da energia

Na Fig. 7 são apresentadas as distribuições espaciais do dano para os casos B e A em alguns ciclos durante a simulação. Pode-se observar que a degradação é mais localizada no caso anisotérmico (Caso A). Com a inclusão da equação da energia a degradação tende fortemente a se concentrar nas seções ao próximas ao engaste.

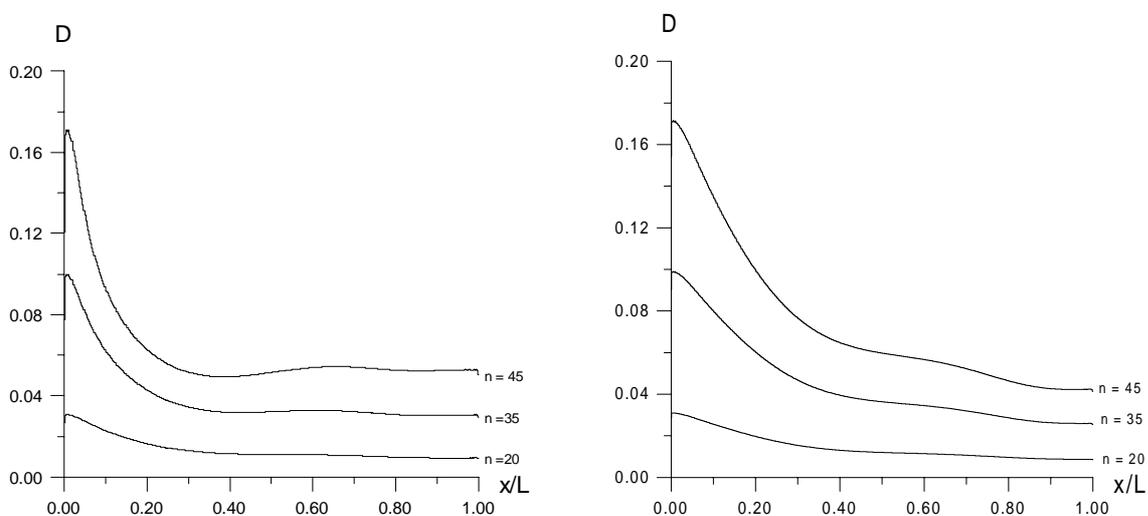


Figura 7 - Distribuição espacial do Dano para os Casos B e A

Este efeito mais acentuado de localização é resultado do desenvolvimento de uma distribuição não homogênea da temperatura ocasionada pela inclusão do termo de inércia no modelo. A propagação da onda de tensão faz com que ocorram taxas mais altas de deformação plástica em regiões próximas ao engaste e conseqüentemente os termos de acoplamento termomecânico contribuem de forma mais acentuada para elevação da temperatura nessas regiões. Isto resulta num efeito de retroalimentação pois a seção de maior temperatura, tem sua resistência mecânica diminuída quando comparada com as demais seções, propiciando um novo aumento de deformação plástica.

A distribuição de temperatura se modifica ao longo da barra com o aumento do número de ciclos de solicitação de forma que os pontos próximos ao engaste tomam uma grande importância na análise da degradação. O resultado é a falha bastante concentrada em determinada região da barra.

É apresentada no gráfico da Fig. 8 a distribuição da temperatura ao longo da barra para três ciclos durante a de simulação. Observe que a diferença entre as amplitude de máxima e mínima da temperatura ao longo da barra atinge, para o ciclo 45, o valor de 395 K. Pode-se observar pelos gráficos das Fig. 7 e 8 que embora a amplitude do dano ao longo da barra seja pequena (da ordem de 0.15), a da temperatura é muito acentuada mostrando que uma avaliação do problema sob a hipótese de processo isotérmico considerando a degradação material é inadequada.

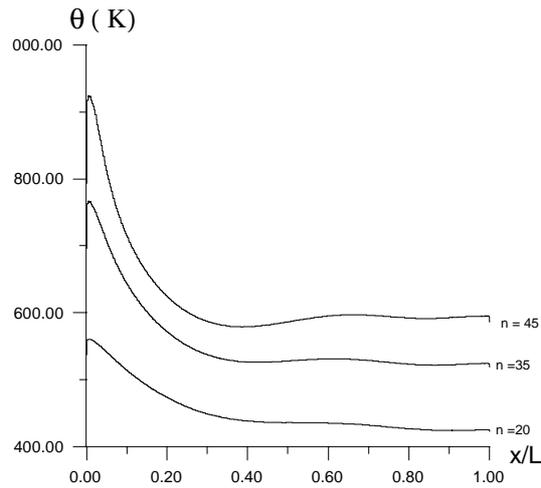


Figura 8 - Distribuição espacial da temperatura.

Este aumento significativo de temperatura deve-se fundamentalmente ao termo de acoplamento interno associado à deformação plástica,  $d_1^{\epsilon^p}$ , em contrapartida com o da subseção anterior que era devido ao termo associado ao dano,  $d_1^D$ . Pode-se verificar isto pelos gráficos da Fig. 9 mostrando, para um ponto próximo ao engaste, a variação dos temporal dos acoplamentos internos. O acoplamento associado ao dano é uma ordem de grandeza inferior ao da deformação plástica.

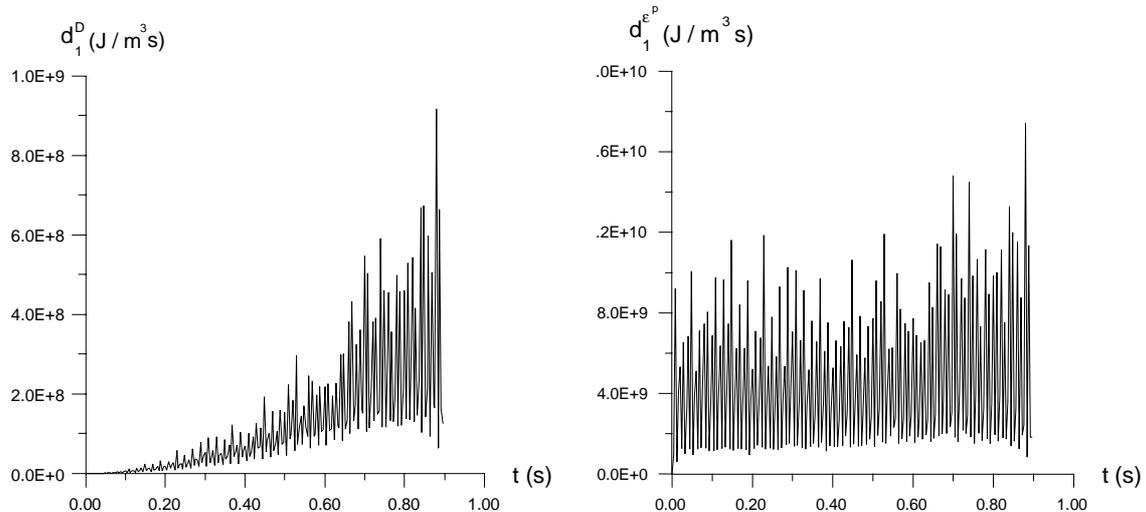


Figura 9- Acoplamentos internos associados ao dano e a deformação plástica

## 7. CONCLUSÃO

É apresentado um modelo anisotérmico para estudo do acoplamento termomecânico em problemas envolvendo deformação inelásticas. A utilização de um modelo com variáveis internas permitiu identificar diversos termos de acoplamento termomecânico. Essa modelagem foi utilizada para estudar o comportamento anisotérmico de uma barra de aço inox 316L submetida a carregamentos com alta taxa de sollicitação e frequências elevadas. Simulações simples mostram que em problemas envolvendo deformações inelásticas, a influência do acoplamento termomecânico no comportamento dinâmico da barra. Dois termos importantes apresentados são os termos devido a deformação plástica e o termo devido ao

dano. Pode-se concluir que a análise usando modelos isotérmicos e quase-estáticos são inadequados quando altas taxas de solicitações e gradientes de temperatura estão envolvidos. Resultados distintos são obtidos quando a hipótese de transformações isotérmicas é incluída ou não na modelagem. Desta forma previsões de vida irreais podem ser obtidas se os termos do acoplamento termomecânico não forem considerados na modelagem.

## REFERÊNCIAS

- Barbosa, José Maria A. , Pacheco, P. M. C. L., e Costa Mattos, Heraldo S., 1997, “Rol de la Temperatura en las Vibraciones Mecanicas de Barras Elasto- Viscoplasticas”, Revista Internacional de Informacion Tecnologica, Vol 8, No. 6, pp 59-63, Chile-La Serena.
- Barbosa, J. M. A., Pacheco, P. M. C. L., Costa Mattos, H. S. 1996, "Análise Anisotérmica da Evolução do Dano em Barras Elasto-Viscoplásticas Submetidas a Carregamentos Dinâmicos", Anais do IV Congresso Norte-Nodeste de Engenharia Mecânica, CEM-NNE/96, pp 219-224, Recife-PE .
- Barbosa, J. M. A., Rachid, F. B. F., Costa Mattos, H. S. 1998, "Cargas Dinâmicas em Barras Elasto-viscoplásticas com Acoplamento Termomecânico”, Anais do V Congresso Norte-Nordeste de Engenharia Mecânica, CEM-NNE/98, Fortaleza-CE.
- Barbosa, J. M. A.,1998, "Análise da Influência do Acoplamento Termomecânico na Propagação de Ondas em Barras Elasto-Viscoplásticas com Dano", Tese de Doutorado, Depto. de Enga. Mecânica, PUC-Rio.
- Lemaitre, J. and Chaboche, J. L., 1990, "Mechanics of Solids Materials", Cambridge University Press.
- Marchuk, G.I., 1975, "Methods of Numerical Analysis", Springer-Verlag.
- Rachid, F. B. F. e Guimarães, S. M., 1997, “Wave Propagation in Damageable Elastoviscoplastic Bars”, ”, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica.

## INFLUENCE OF TERMOMECHANICAL COUPLING ON WAVE PROPAGATION IN ELASTO-VISCOPLASTIC BARS WITH DAMAGE

*Abstract.* This paper presents a mechanical model with internal variables to numerical simulation behavior of damageable elastoviscoplastic bars with dynamics and thermal effects involved. The behavior of 316L stainless steel bar are studied and analyzed. The bar is built-in and subjected to cyclic loads in free end. The results show that part of the plastic work is transformed into heat resulting in a temperature rise that affects directly the degradation and mechanical behavior of the bar.

**Key words:** Viscoplasticity, Termomechanical coupling, Internal variable, Damage.